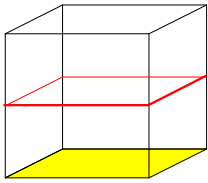


Lernumgebung „Würfel mit Zierlinien“

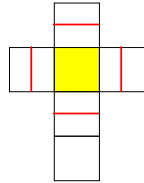
Material

Quadratform 1

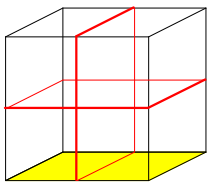
Die Hülle eines Würfels kann man aufschneiden und flach auf den Tisch legen. Hängen die Quadrate zusammen, nennt man das ein Netz oder eine Abwicklung.



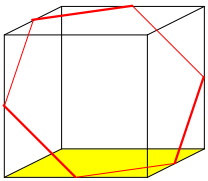
Würfel zu Aufgabe 1A



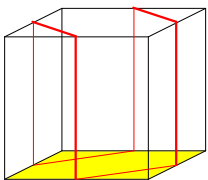
Würfelnetz mit Linien



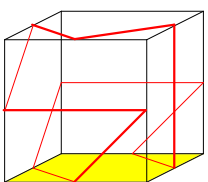
Würfel zu Aufgabe 1E



Würfel zu Aufgabe 2



Würfel zu Aufgabe 3



Beispiel für einen eigenen Entwurf

1 Würfel mit umlaufenden parallelen Linien

- A** Baue einen Dezimeterwürfel mit farbiger Grundfläche und zeichne auf dessen Oberfläche die Linien wie links abgebildet ein.
- B** Zeichne die elf verschiedenen Würfelnetze. Falls du das bereits einmal gemacht hast, kannst du dazu auch die Kopiervorlage verwenden. Als Hilfe darfst du deinen gebauten Würfel auch so aufschneiden, dass das entsprechende Netz entsteht.
- C** Untersuche die Würfelnetze auf ihre Symmetrieeigenschaften. Zeichne und begründe.
- D** Zeichne in den elf Würfelnetzen den Verlauf der Linien ein. Kennzeichne zuerst jeweils die Grundfläche.
- E** Wiederhole Aufgabe 1D mit dem links abgebildeten Würfel und den zwei umlaufenden Linien.

2 Würfel mit umlaufenden schrägen Linien

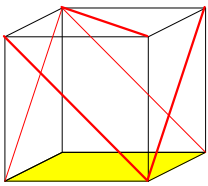
- A** Baue einen Dezimeterwürfel mit farbiger Grundfläche und zeichne auf dessen Oberfläche die Linien wie links abgebildet ein. Die Linien verbinden jeweils zwei benachbarte Kantenmittelpunkte.
- B** Zeichne in den elf Würfelnetzen den Verlauf der Linie ein. Färbe zuerst die Grundflächen ein.
- C** Mit welchen Abwicklungen kann man ein lückenloses Parkett legen? Gibt es jeweils mehrere Möglichkeiten? Skizziere und begründe.
- D** Durch welche Abbildungsverfahren können aus der jeweiligen Grundform die Parkette erzeugt werden? Skizziere und begründe.

3 Würfel mit umlaufenden parallelen und schrägen Linien

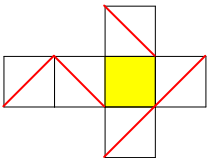
- A** Baue einen Dezimeterwürfel mit farbiger Grundfläche und zeichne auf dessen Oberfläche die Linien wie links abgebildet ein.
- B** Zeichne in den elf Würfelnetzen den Verlauf der Linien ein. Färbe zuerst die Grundflächen ein.

4 Eigene Entwürfe

- A** Entwirf wie im Beispiel links eigene Würfel mit zusammenhängenden Linien. Achte darauf, dass die Linien auf allen sechs Würfelseiten sichtbar sind.
- B** Zeichne zu einem deiner Entwürfe in den elf Würfelnetzen den Verlauf der Linien ein.



Würfel mit Linien zu Aufgabe 5



Würfelnetz zum oben abgebildeten Würfel

5 Passende Ansichten bestimmen

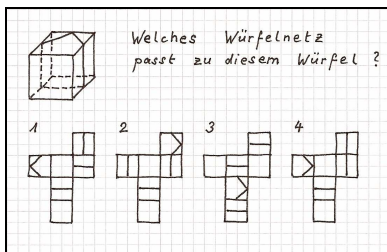
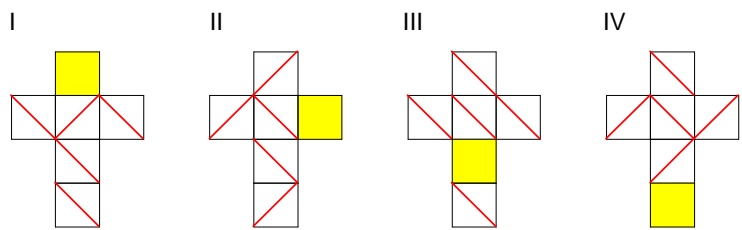
A Stelle dir vor, der links abgebildete Würfel würde um 180° um die Symmetrieachse, die durch die Mittelpunkte der Grund- und der Deckfläche geht, gedreht. Welche Seite würde sich dann vorne befinden? Begründe deine Antworten.



B Entscheide für jeden Würfel, ob er dem links abgebildeten Würfel entspricht. Begründe deine Antworten.



C Entscheide für jedes Würfelnetz, ob es dem links abgebildeten Würfel entspricht. Begründe deine Antworten.



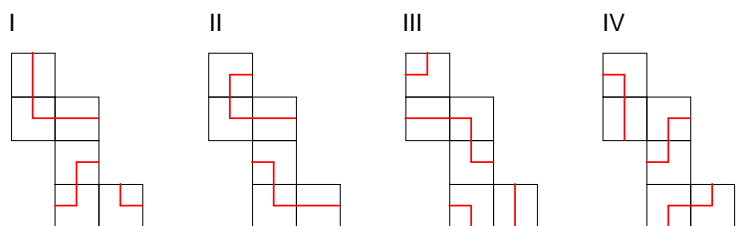
Kärtchenaufgabe zu Aufgabe 6

6 Kärtchenaufgabe

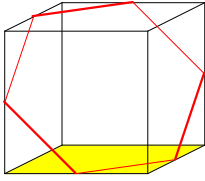
- A** Zeichne auf die Vorderseite eines Kärtchens eine eigene Aufgabe wie bei Aufgabe 5A, 5B oder 5C.
- B** Notiere auf der Rückseite die Lösung.
- C** Tauscht die Kärtchen untereinander aus und überprüft die Lösungen.

7 Zusammenhängende Linie

A Falte aus dem Würfelnetz in Gedanken einen Würfel. Welche Linie führt ohne Unterbrechung rund um den Würfel?



B Entwirf eigene solche Aufgaben und gib sie deinen Mitschülerinnen und Mitschülern zum Lösen.



Würfelmodell zu Aufgabe 8A und 8B

8 Würfel in kongruente Teilkörper zerschneiden

- A** Wenn du den Würfel aus Aufgabe 2 entlang der roten Linie durchschneidest, entstehen zwei Teilkörper. Sehen die beiden Teilkörper gleich aus? Skizziere, beschreibe und begründe.
- B** Stelle die beiden Teilkörper aus Papier her und setze sie zu einem Würfel zusammen.
- C** Unterteile den Würfel in drei kongruente Teilkörper. Suche verschiedene Möglichkeiten. Skizziere und begründe.
- D** Sind dies tatsächlich alle möglichen Zerlegungen eines Würfels in drei kongruente Teilkörper? Gibt es möglicherweise unendlich viele Zerlegungen?
- E** Stelle für eine der gefundenen Zerlegungen die drei Teilkörper aus Papier her und setze sie zu einem Würfel zusammen.
- F** Untersuche weitere Zerlegungen eines Würfels in kongruente Teilkörper. Skizziere, beschreibe und begründe.

Didaktischer Kommentar

Richtziele		Inhaltliche Ziele	Bezug zum CH-Zahlenbuch/mathbu.ch		
V	Sich ebene und räumliche Figuren vorstellen	– Sich Würfelnetze vorstellen	Zahlenbuch 6	S. 72	Rauminhalt
V	Sich Zusammenhänge und Veränderungen vorstellen	– Würfelnetze und Würfelschnitte untersuchen	mathbu.ch 7	LU 13	Kopfgeometrie
M	Argumentieren, begründen und widerlegen	– Würfel in kongruente Teilkörper zerlegen	mathbu.ch 8	LU 20	Musterschule
P	Protokollieren, dokumentieren				

Zur Sache

Um zum Beispiel Architekturpläne oder Bauanleitungen lesen zu können, ist es wichtig, dass man sowohl eine ebene als auch eine räumliche Vorstellung eines Gegenstandes hat. Am Würfel wird das Wechselspiel zwischen ebener und räumlicher Darstellung geübt. Dreidimensionale Würfel werden aufgeschnitten und als zweidimensionale Netze in die Ebene abgewickelt.

Voraussetzungen

Begriffe: Würfel, Würfelnetz oder Abwicklung, Punktsymmetrie, Achsensymmetrie, kongruent.

Zum Unterricht

Diese Lernumgebung ist eng mit der Lernumgebung «Vom Netz zum Würfel» aus dem Begleitmaterial «Mit Flächen bauen – mit Flächen lernen» verknüpft. Zierlinien, die auf der Würfeloberfläche eingezeichnet sind, müssen in unterschiedlichen Würfelnetzen eingezeichnet werden. Bei Unsicherheiten können die Schülerinnen und Schüler ihre Lösungen überprüfen, indem sie die Quadratflächen mit den eingezeichneten Linien zu einem Würfel formen. Das Hin und Her zwischen Raum und Ebene wird hier intensiv trainiert.

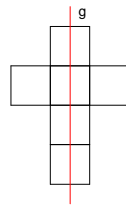
- 1 Wer sich noch wenig mit Netzen beschäftigt hat, sollte sich für diese Aufgabe genügend Zeit nehmen. Das Überprüfen am Objekt ist ein wichtiger Schritt, um die nötige Vorstellung aufzubauen. Bei dieser Aufgabe werden zudem die Symmetrieeigenschaften der Würfelnetze untersucht.
- 2 Bei dieser Aufgabe geht es neben dem korrekten Einzeichnen der Linien in die verschiedenen Würfelnetze um das Parkettieren mit Würfelnetzen. Weiter werden die Abbildungsverfahren anhand der Parkette vertieft behandelt.
- 3 4 Bei Aufgabe 3 ist nochmals eine umlaufende Linie an der Würfeloberfläche vorgegeben. Bei Aufgabe 4 können die Schülerinnen und Schüler Aufgaben selber entwerfen, die ihrem Leistungsstand entsprechen.
- 5 Hier wird ein rascher Wechsel zwischen Frontalansicht, Schrägbild und Netz vollzogen. Das soll zur geistigen Beweglichkeit der Schülerinnen und Schüler beitragen.
- 6 Durch das Formulieren von eigenen Aufgaben können die Schülerinnen und Schüler einerseits die hinter den Aufgabenstellungen stehenden mathematischen Konzepte besser durchschauen. Andererseits ermöglicht diese Aufgabenstellung eine natürliche Differenzierung innerhalb der Lerngruppe.
- 7 Da hier gänzlich ohne Modell gearbeitet werden soll, wird das Vorstellungsvermögen in besonderem Masse gefordert und gefördert.
- 8 Bei dieser anspruchsvollen Aufgabe stehen das Aufstellen einer Vermutung, das Erforschen und das Begründen im Vordergrund. Frage 8F ist sehr offen gestellt.

Weiterführendes

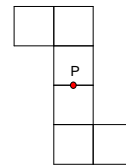
Die Aufgaben können mit anderen Körpern durchgeführt werden.

Lösungen

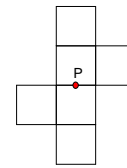
1 B,C



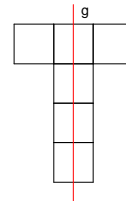
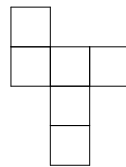
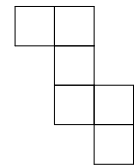
achsensymmetrisch



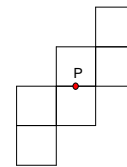
punktsymmetrisch



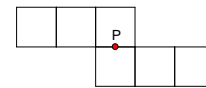
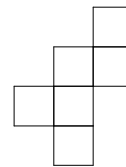
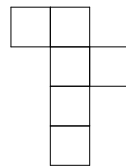
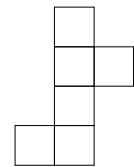
punktsymmetrisch



achsensymmetrisch



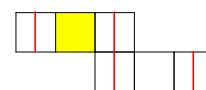
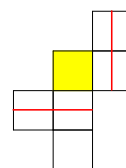
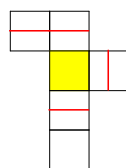
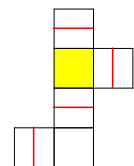
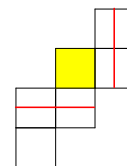
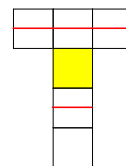
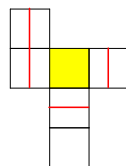
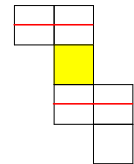
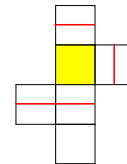
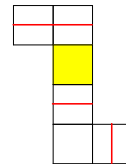
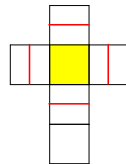
punktsymmetrisch



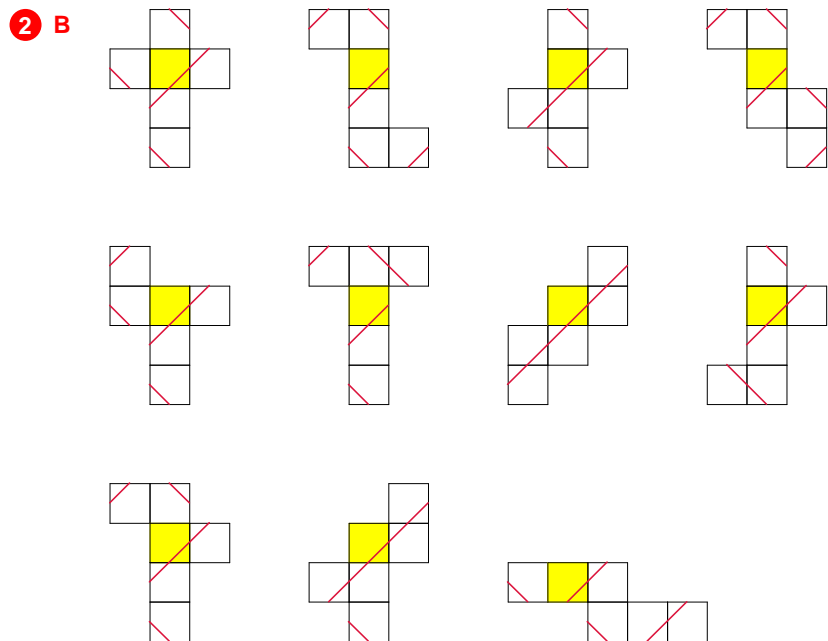
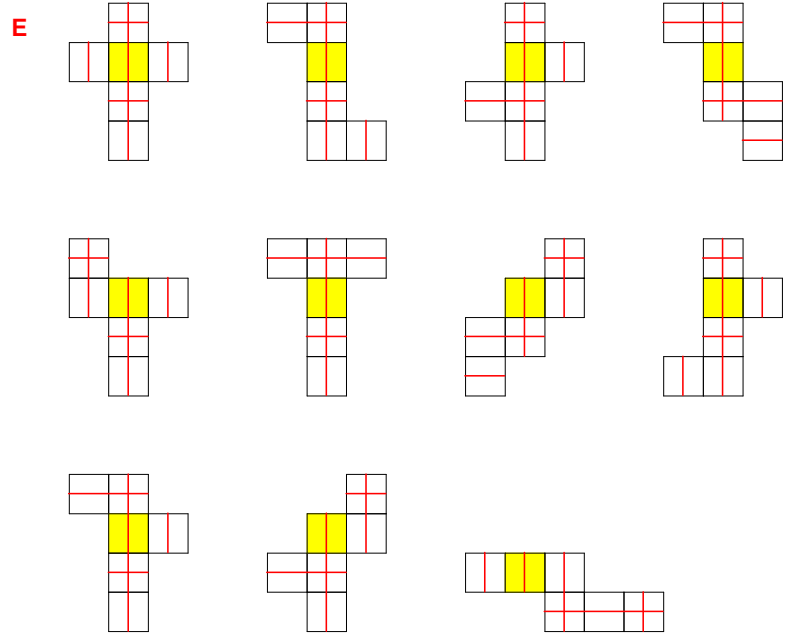
punktsymmetrisch

g bedeutet Symmetrieachse / P bedeutet Symmetriezentrum

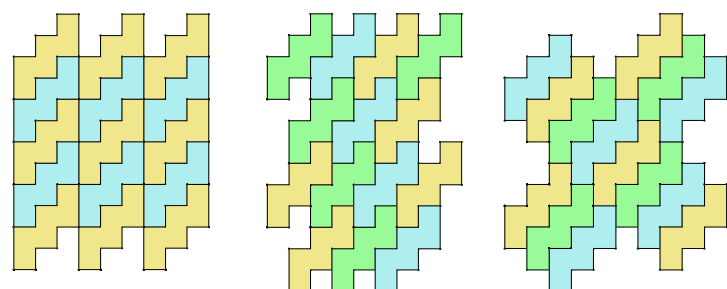
D



Lösungen

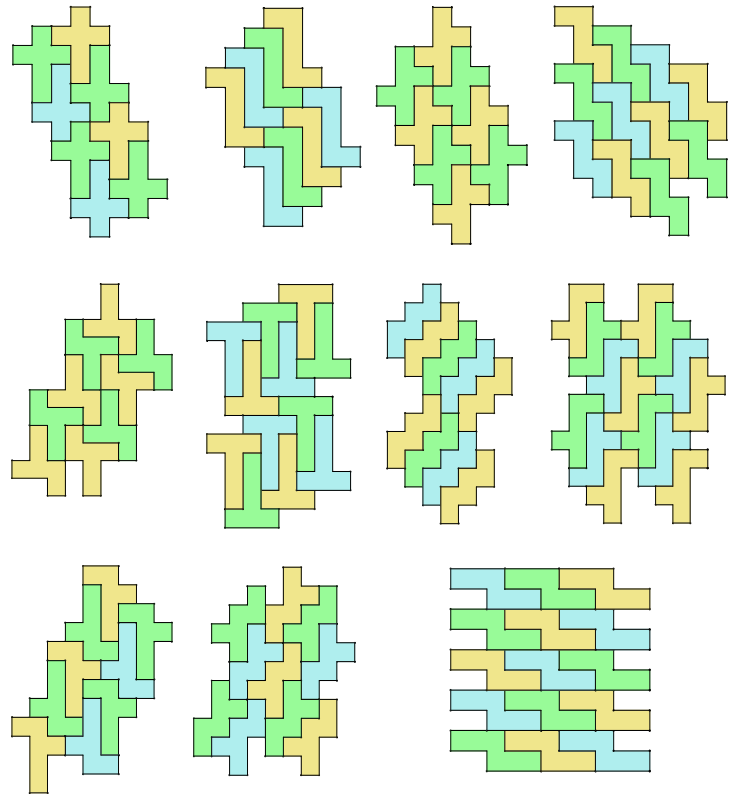


C Mit der gleichen Figur kann oft verschieden parkettiert werden:

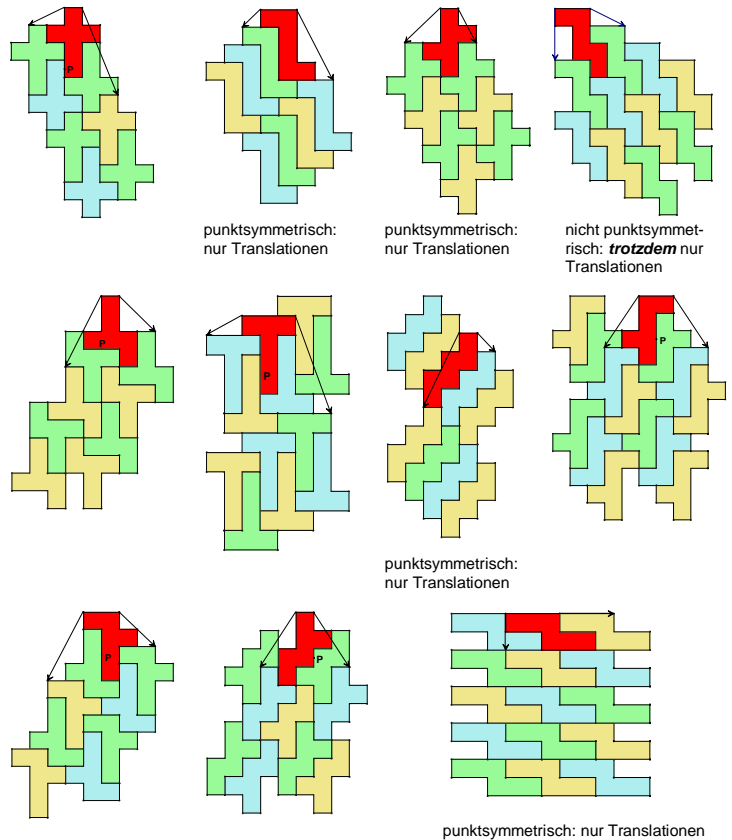


Lösungen

Im Folgenden ist stets nur eine mögliche Parkettierung dargestellt:

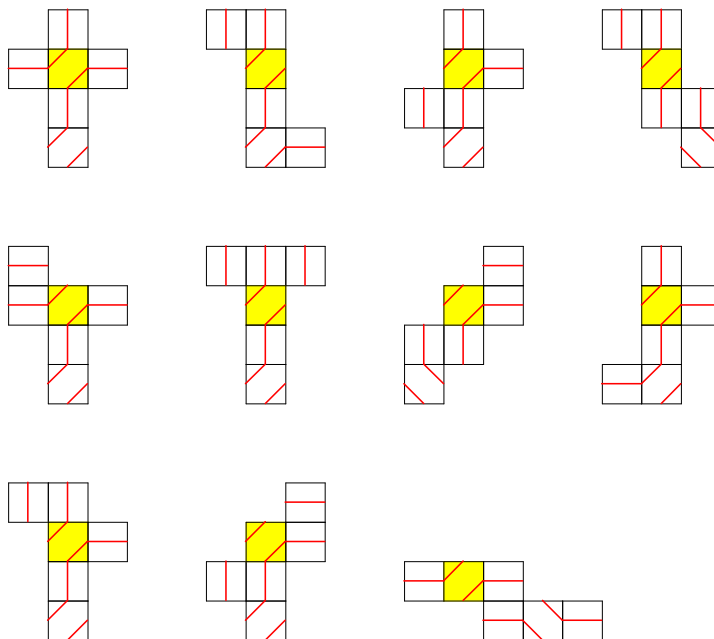


D Wenn ein Würfelnetz punktsymmetrisch ist, kann mit Translationen alleine parkettiert werden; die Umkehrung hingegen gilt nicht.



Lösungen

3 B



4 A,B Individuelle Lösungen. Gegenseitige Kontrolle.

5 A Korrekte Ansicht: IV

B Die Ansichten I, II und IV entsprechen dem Würfel

C Korrektes Würfelnetz: II

6 A-C Individuelle Lösungen. Gegenseitige Kontrolle.
Bei der abgebildeten Kärtchenaufgabe sind die Würfelnetze 2 und 4 korrekt.

7 A Beim Würfelnetz III führt die Linie rund um den Würfel.

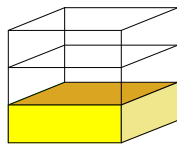
B Individuelle Lösungen. Gegenseitige Kontrolle.

8 A Es handelt sich um zwei kongruente Körper. Ein derartiger Körper ist ein Siebenflächner: Drei seiner Seitenflächen bestehen je aus einem Quadrat mit abgeschnittener Ecke, drei Seitenflächen sind gleichschenkelig rechtwinklige Dreiecke und die grösste Fläche ist ein regelmässiges Sechseck mit der Seitenlänge $5\sqrt{2}$ cm.

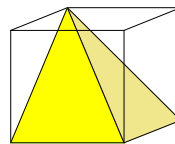
Lösungen

B Kontrolle anhand des Modells.

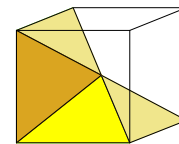
C



Figur 1



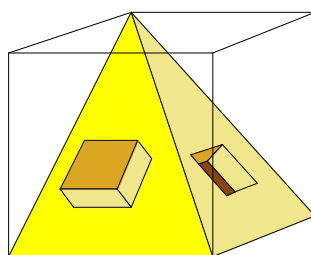
Figur 2



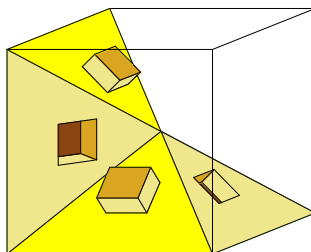
Figur 3

D Es sind unterschiedliche Argumentationen möglich, so zum Bsp.: Eine gleichmässige Aufteilung der *sechs Würfelseitenflächen* auf drei Teilkörper ist möglich. Somit besitzt ein Teilkörper entweder eine Quadratseite und zwei diagonal halbierte Quadratseiten (siehe Figur 2) oder zwei Quadratseiten, die sich in einer gemeinsamen Kante berühren (siehe Figur 3).

Wenn man von einer Zerlegung wie bei Figur 2 ausgeht, gibt es unendlich viele Möglichkeiten, wie man den Würfel in drei kongruente Teilkörper zerlegen kann: Man setzt bei jedem der drei Teilkörper bei einer der im Innern des Würfels liegenden Seitenflächen einen beliebigen Körper auf und bei der anderen im inneren liegenden Seitenfläche spart man den gleichen Körper als Vertiefung aus. Somit bleibt das Volumen des Teilkörpers erhalten.



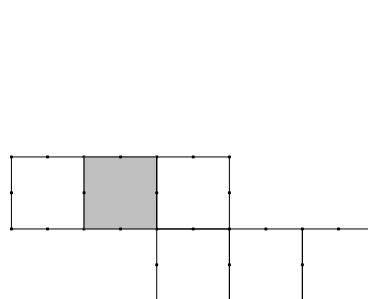
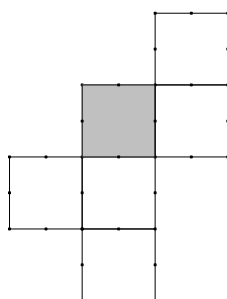
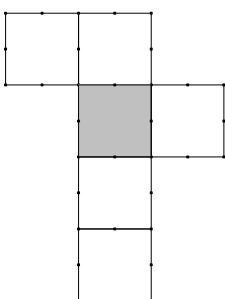
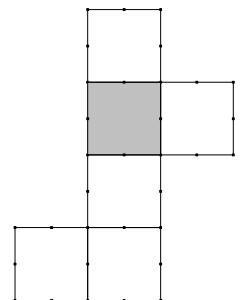
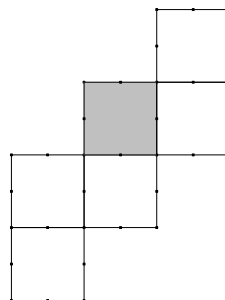
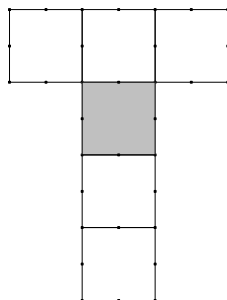
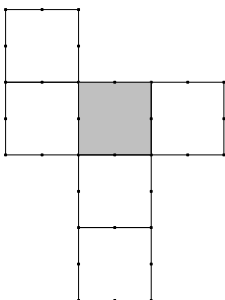
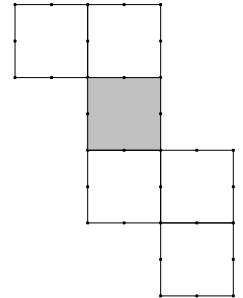
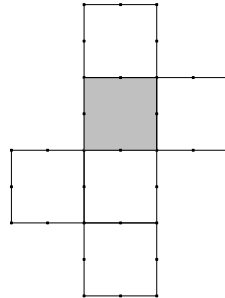
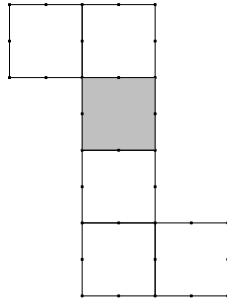
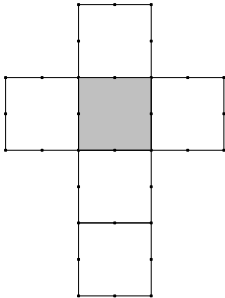
Geht man von einer Zerlegung wie bei Figur 3 aus, gibt es ebenfalls unendlich viele Möglichkeiten, wie man den Würfel in drei kongruente Teilkörper zerlegen kann: Man setzt bei jedem der drei Teilkörper abwechselungsweise bei der Hälfte der im Innern des Würfels liegenden Seitenflächen einen beliebigen Körper auf und bei der anderen Hälfte der im inneren liegenden Seitenfläche spart man den gleichen Körper als Vertiefung aus. Somit bleibt das Volumen des Teilkörpers erhalten.



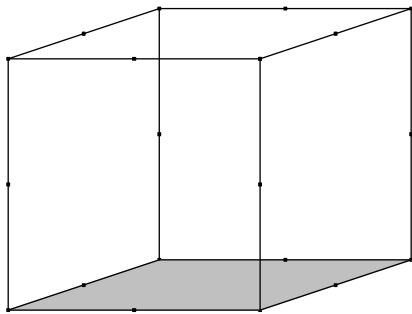
E Kontrolle anhand des hergestellten Modells.

F Kontrolle anhand einer beschrifteten Skizze und/oder anhand eines Modells.

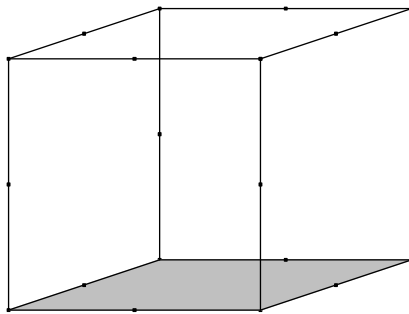
Kopiervorlage zu den Aufgaben 1, 2, 3, 4



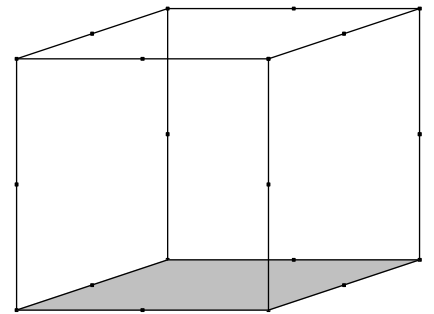
Kopiervorlage zu Aufgabe 4



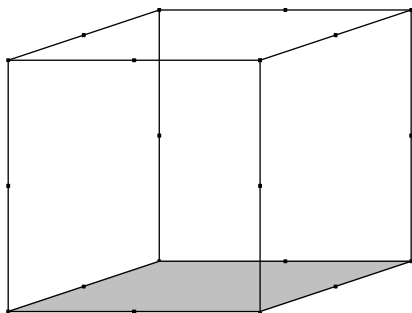
Entwurf 1



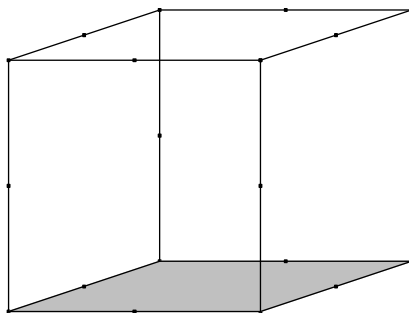
Entwurf 2



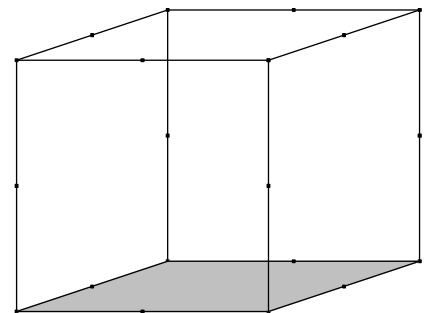
Entwurf 3



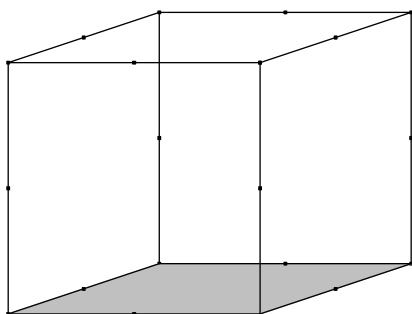
Entwurf 4



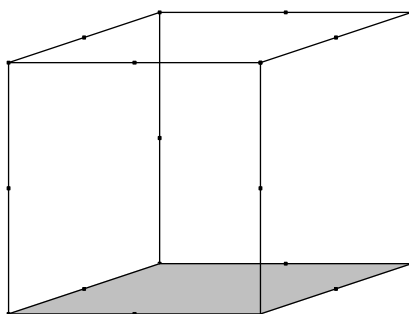
Entwurf 5



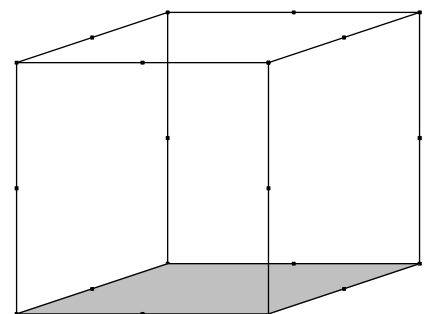
Entwurf 6



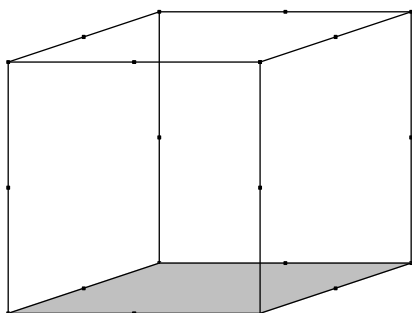
Entwurf 7



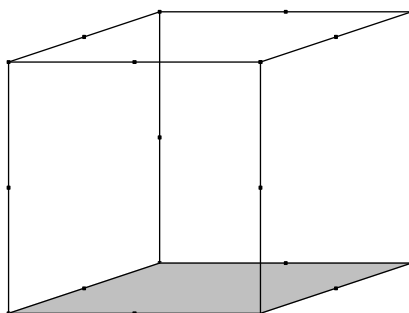
Entwurf 8



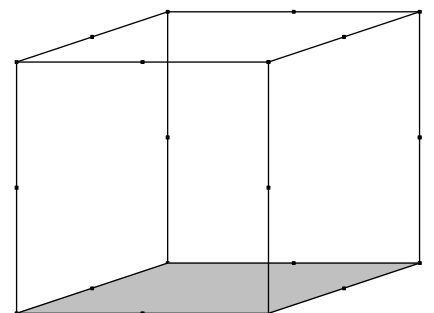
Entwurf 9



Entwurf 10

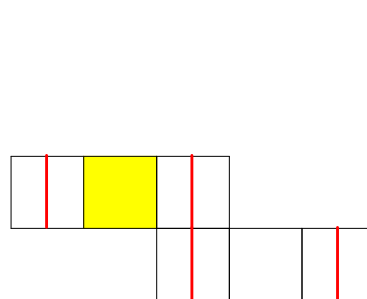
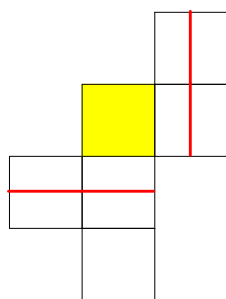
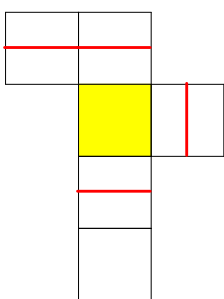
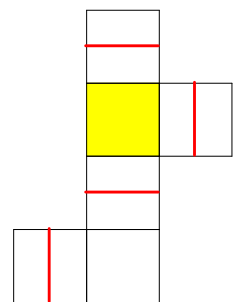
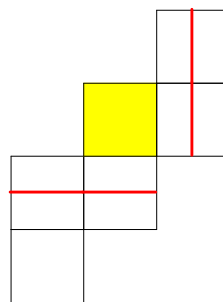
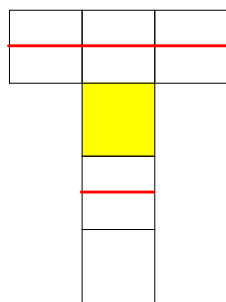
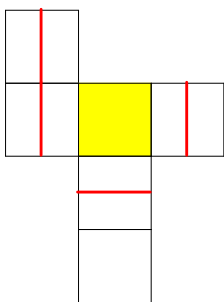
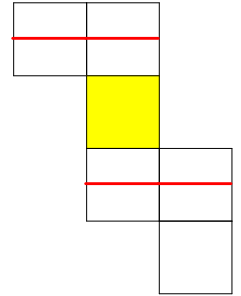
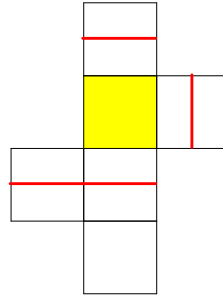
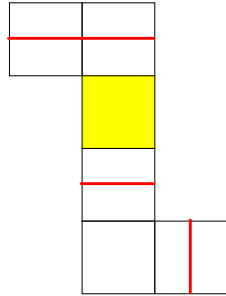
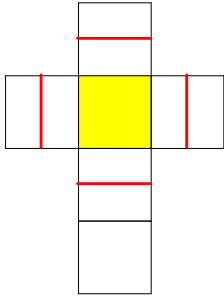


Entwurf 11

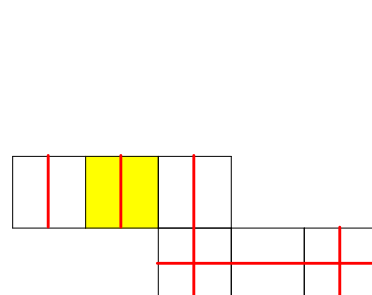
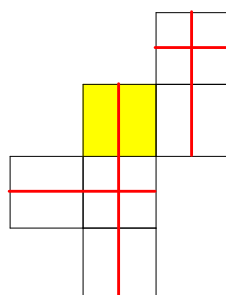
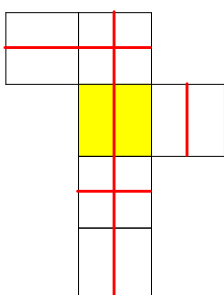
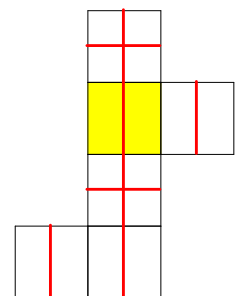
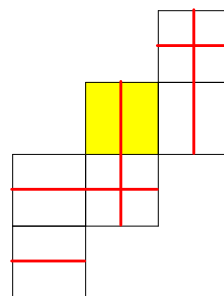
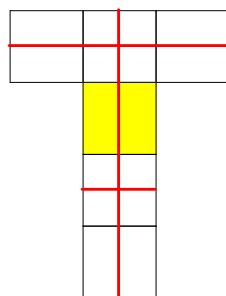
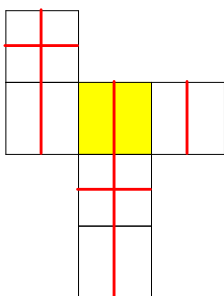
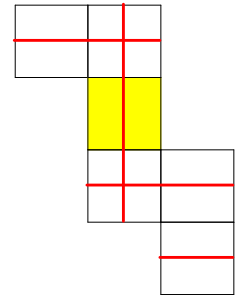
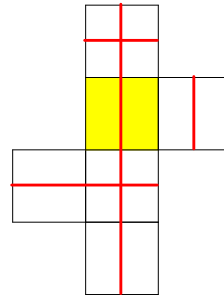
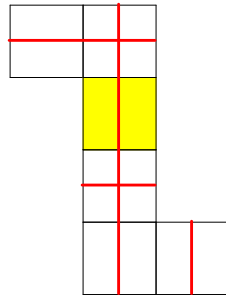
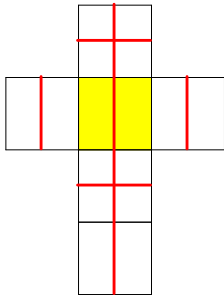


Entwurf 12

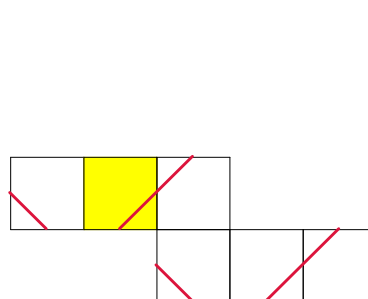
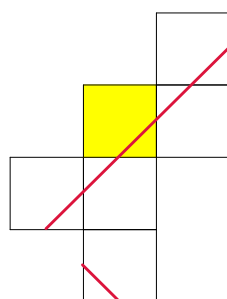
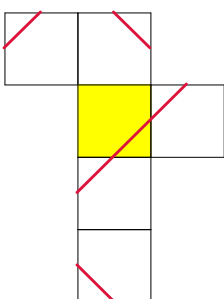
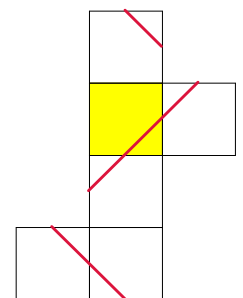
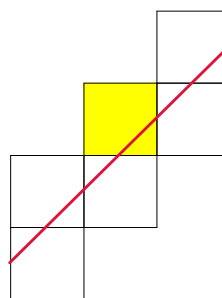
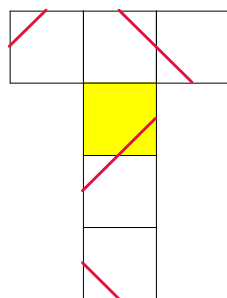
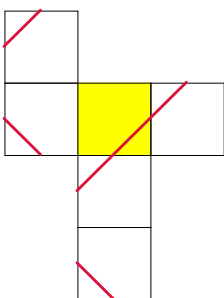
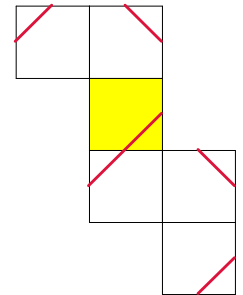
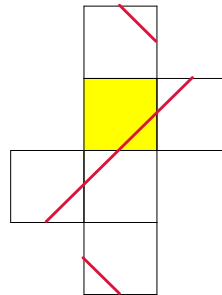
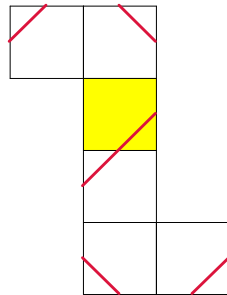
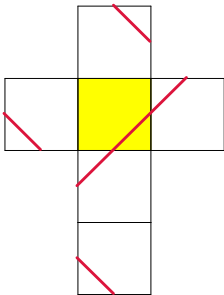
Lösungen zu Aufgabe 1D



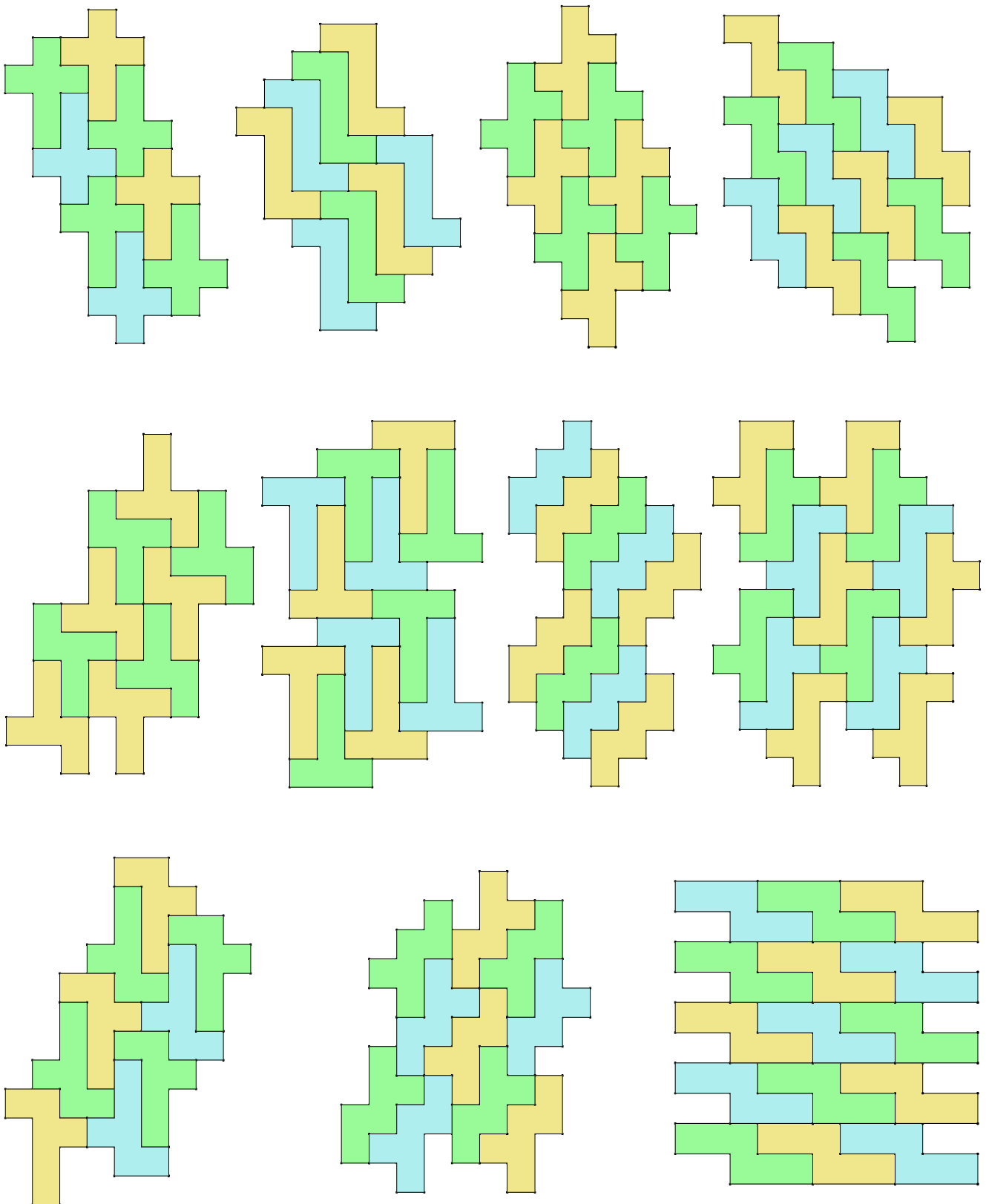
Lösungen zu Aufgabe 1E



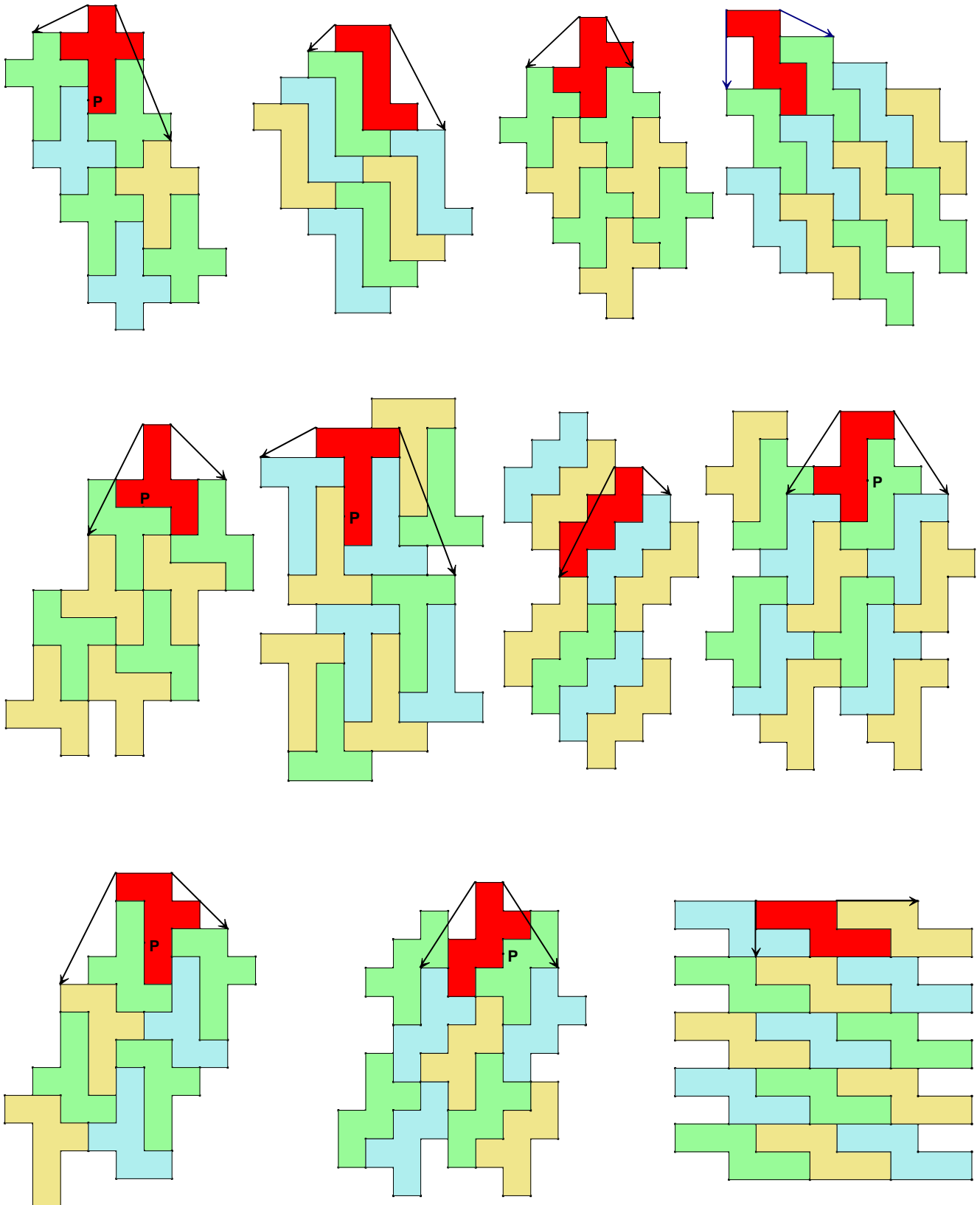
Lösungen zu Aufgabe 2B



Lösungen zu Aufgabe 2C



Lösungen zu Aufgabe 2D



Lösungen zu Aufgabe 3B

